

## نموذج مقترن للتنبؤ بجدائل الحياة المستقبلية باستخدام دالة ماكيهام

مصطفى يسري عبد الطيف البحيري

مدرس بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

تجارة اسماعيلية - جامعة قناة السويس

### الملخص:

تشير الاحصاءات السكانية الى تطورات هامة في معدلات حياة الانسان حيث ارتفعت معدلات حياة الانسان علي مدي الاعمار المختلفة ومن ثم انخفضت معدلات الوفيات حلال نفس الاعمار، ولقد كان للتطور المعرفي والتكنولوجي والصيادي مع الوعي الصحي والبيئي دورا اساسيا في هذا التغير الهام في معدلات الحياة.

ومن ناحية اخرى وفي مجال التأمين تعتمد الجهات الفنية عن وضع الأسعار علي بيانات خبرة اكتوارية مضي عليها وقت طويل. وبناء علي الحقائقين السابقتين فان مشتري وثيقة تأمين ضد خطر الوفاة مثلا يدفع قسطا اكتواريا اكبر بكثير من التكلفة المتوقعة اذا قدرت تلك التكلفة بناء علي بيانات حديثة ومعدلات تمثل الواقع الحالى. وقد حاول العديد من الاكاديميين حل هذه المشكلة بالاشتراك مع المسؤولين عن اسواق التأمين إلا ان الحلول كانت في معظمها حلو لا جزئية لا تحقق رضاء كاملا لعملاء تأمينات الحياة، لذلك يقدم هذا البحث اختيارا جديدا لحل هذه المشكلة.

**مصطلحات:** دالة الحياة، الجداول الاكتوارية، معدل الحياة، التحسن الصحي، تكلفة التأمين.

## Abstract:

Statistics show the population to significant developments in the survival rates of human, where rates have risen human life over a period of different ages and then decreased mortality old same ages, and has been for the development of cognitive and technological and pharmacist with health and environmental awareness a key role in this important change in the rates of life.

On the other hand, in the area of insurance depends on the status of technical authorities prices on actuarial data experience long past time for them. Based on the previous facts, the buyer and an insurance policy against the risk of death, for example, pays much a actuarially largest share of the expected cost if those estimated cost based on recent data and rates represent the current reality. Many have tried from academics to solve this problem in conjunction with officials from the insurance markets but the solutions were mostly partial solutions do not achieve full consent for life insurance customers, so this research presents a new choice to solve this problem.

## أولاً: - مقدمة

رغم أهمية الجداول الاكتوارية للوفيات بإعتبارها أداة هامة في يد الإكتواريين ومعدى اسعار تأمينات الحياة الا ان اهم عيوبها انها تحتوي على بيانات خبرة قديمة تمثل الوفيات التي حدثت منذ عشرات السنوات، ولأن التطور الصحي والبيئي ادى الى وجود اختلافات جوهرية بين معدلات الوفاة الحالية بالمقارنة مع معدلات الوفاة من عشر سنوات فماذا لو كانت شركات التأمينات تستخدم بيانات خبرة مضي عليها خمسون سنة مثلا.

والجدير بالذكر أن عملية اعداد جداول الوفيات تمر بمراحلتين: الأولى تهدف الى تحديد البيانات الخاصة ومصدرها وطريقة حساب القيم المعرضة للخطر وعدد الوفيات ومدد الملاحظة .. إلى آخره. وذلك للوصول إلى معدلات الوفاة الخام. المرحلة الثانية وتمثل في تمهيد تلك البيانات والمعدلات وتدرجها لتخلصها من عدم الانتظامية الناتجة من طبيعة البيانات واحتطاء المعاينة.

من ناحية أخرى، إن معظم بيانات خبرة الوفيات العملية هي في حقيقتها عينات مختارة عشوائياً من المجتمعات محل الدراسة، لذلك فإن معدلات الوفاة عند الأعمار المختلفة والمحسوبة من بيانات تلك الخبرة عادة ما تكون معرضة لأخطاء المعاينة الاحصائية الخاصة بإختيار العينات العشوائية بالإضافة إلى الصعوبات التي تنتج من تأثير المراحل السنوية لمفردات العينة على استواء منحني دالة الحياة.

وبسبب الصعوبة المذكورة اعلاه تقسم البيانات إلى مجموعات خاصة بالمراحل السنوية المتقاربة بحيث تكون مجموعة بيانات ممثلة لمرحلة سنية تتنظمها دالة حياة لها معالمها الخاصة. ولتكوين دالة حياة واحدة تمثل المجتمع منذ الميلاد إلى أقصى عمر يمكن أن يعيشها الفرد في نفس المجتمع (٣) يتم ما يعرف بتدرج البيانات Graduation data وتهدف إلى تمهيد نقاط الاتصال بين اطراف فئات العمر في الجدول.



والجدير بالذكر ان إعداد جدول بهذه الطريقة يحتاج وقتا وجهدا وتكلفة عالية كما تحتاج الي اساليب وخبرات ذات مستوى معين قد لا تتوافر في معظم دول العالم ومن ثم فان عملية انشاء جدول حياة (وفيات) لا تتم كل سنة وإنما تتم علي فترات دورية طويلة وصلت في المتوسط الي عشرين سنة في النصف الأول من القرن العشرين بينما انخفض طول الفترة في النصف الثاني من نفس القرن الي عشر سنوات.

بناء علي الوضع السابق فان شركات التأمين كانت وما زالت تصدر وثائق تأمينات الحياة بأقساط واحتياطيات فنية بناء علي بيانات خبرة مضي علي وقت طويل متجالاة أثر التطور الصحي والبيئي علي معدلات الوفاة علي مدار سنوات العمر المختلفة مما يتربط عليه أن الوثائق التي تصدرها شركات التأمين معتمدة علي بيانات خبرة مضي وقت طويل عليها تواجه مشكلة عدم العدالة بين اطراف عقد التأمين وهذا بدوره يمثل تحديا امام اي نشاط يهدف الي تطوير منتجات تأمينات الحياة. هذا التحدي معروف لدى الأكاديميين وفي اسوق التأمين بخطر طول العمر<sup>[32.1]</sup> .Longevity risk

ولقد كانت استجابة الباحثين في مجال العلوم الاكتوارية والمسؤولين عن اسوق التأمين استجابة جزئية مما أدى الي خلق نوع من ضغط الهيئات الرقابية وشكواوي حملة الوثائق بضرورة اصدار انواع جديدة من منتجات تأمينات الحياة تشتراك جميعها في خاصية إشتراك حامل الوثيقة في الأرباح المحققة في نهاية العام، مع القناعة التامة بان مبرر الاشتراك في الأرباح وان معظم مكافآت شركات التأمين ناتج عن الفروق بين معدلات الوفاة المقدرة والفعالية، وكذلك الفروق بين معدلات العائد من استثمار اموال حملة الوثائق والمعدل الفني المستخدم في حسابات القيمة الحالية لمبالغ التأمين.



## ثانياً:- المشكلة

توقف تكلفة تأمينات الحياة في أي مجتمع على ثلاثة عناصر أساسية، تتمثل في معدلات الوفاة الممثلة لخبرة سوق التأمين في هذا المجال. ومعدلات الفائدة الفنية المستخدمة ومعدلات المصروفات والتحميات بالإضافة إلى الظروف الاقتصادية والاجتماعية السائدة في هذا المجتمع، ونظرًا لصعوبة تقدير معدلات الوفاة بصورة دورية حتى تكون معبرة على تطور هذا العنصر الهام في حسابات التكلفة وذلك بسبب ارتفاع التكلفة المتعلقة بالعمليات اللازمة لبناء جداول وفيات تعتمد على خبرة شركات التأمين أو المجتمع وهو ما قد لا يتوافر لدى معظم المجتمعات النامية. لذا تلجم معظم شركات تأمينات الحياة إلى الاستعانة بجدول وفيات معيارية معدة مسبقاً ومعتمدة على خبرة المجتمعات أخرى أكثر تقدماً، ومن ثم فإن تكلفة تأمينات الحياة قد تختلف باختلاف الجداول المعيارية المستخدمة، ويتربّط على ذلك أن أي انحراف بين معدلات الوفاة المستمدّة من هذه الجداول المعيارية ومعدلات الوفاة الفعلية تؤدي بصورة مباشرة إلى وجود فروق جوهريّة بين التكلفة المعتمدة على البيانات المعيارية والتكلفة المعتمدة على البيانات الفعلية وهذا الأمر يؤدي وبصورة مباشرة إلى عدم وجود العدالة المالية بين طرفي عقد التأمين وتؤدي بصورة غير مباشرة إلى انخفاض رغبة طالبي التأمين فيطلب مثل هذه المنتجات لتغطية احتياجاتهم المالية في المستقبل. ويمكن تلخيص المشكلة التي يعالجها البحث في الآتي:

١. اعتماد شركات تأمينات الحياة على بيانات جداول قديمة مما يجعل هناك فروقاً جوهريّة بين التزامات طرفي عقد التأمين وهذا لا يحقق شرطي العدالة والكافية اللازمين في قسط التأمين.
٢. لا تستخدم شركات التأمين في السوق المصرية دوالاً رياضية لتعديل الأسعار القديمة التي تستخدمها مما يجعل المشكلة مستمرة في التأثير على سوق تأمينات الحياة.

٣. وجود فروق جوهيرية بين التكلفة المعتمدة على البيانات المعيارية المستخدمة في شركات تأمينات الحياة المصرية و التكلفة المعتمدة على النماذج الحظبية من واقع خبرة شركات تأمينات الحياة المصرية.

### ثالثاً:- هدف الدراسة

ان علاج المشكلة الأساسية السابق الاشارة اليها يكون في توفير بيانات محدثة بناء علي بيانات خبرة فعلية وبصورة مستمرة، وفي هذا الاطار يمكن استخدام التغير في معدلات الحياة لمراحل العمر المختلفة علي مدار السنوات المنقضية والناتج من التحسن الصحي والبيئي في التوصل الي بيانات تكون اقرب ما يمكن الي البيانات الفعلية. وحيثئذ يكون هدف الدراسة التوصل الي شكل جديد لدالة الحياة يمكن استخدامها في تحديث البيانات اعتمادا علي بيانات الخبرة الماضية.

### رابعاً : التنبؤ بالجدائل المستقبلية باستخدام دالة ماكيهام

يقترح الباحث الاعتماد على دراسة التغير في معدلات الحياة المستقبلية  
العمرية  
لأعمار  
الارتكاز  
للمراحل  
 $(P_{20}, P_{30}, P_{40}, P_{50}, P_{60}, P_{70}, P_{80}, P_{90})$  وخلال فترة زمنية  
معينة، فيلزم اتباع الخطوات التالية :

١. قياس التغير الناتج عن التحسن الصحي على معدلات الحياة لأعمار  
المرحلية  
الارتكاز

$(P_{90}, P_{80}, P_{70}, P_{65}, P_{60}, P_{45}, P_{30}, P_{25}, P_{20})$  مع مرور  
الزمن (t).

٢. التنبؤ بقيم معدلات الحياة المستقبلية لأعمار الرتكاز المرحلية السابقة.



٣. تقدير قيم معالم دالة ماكيهام ( $c - B - A$ ) للمراحل العمرية  $[20 - 30], [30 - 40], [40 - 50], [50 - 60], [60 - 70]$ .
  ٤. اعداد جداول الحياة والوفاة المستقبلية باستكمال باقي معدلات الحياة الوفاة باستخدام دالة ماكيهام.
- (١/٤) قياس التغير الناتج عن التحسن الصحي على معدلات الحياة لاعمار نقاط الارتكاز المرحلية مع مرور الزمن ( $t$ ).

يكون ذلك من خلال قياس التغير في  $(P_{x+k; t})$  خلال الفترة الزمنية ( $t$ )

ولكن فقط المرحلية للاعمار  $(P_{20}, P_{25}, P_{30}, P_{40}, P_{50}, P_{60}, P_{70}, P_{80}, P_{90})$  وتحديد معدل التغير لكل عمر على حدة وبالتطبيق على جداول الحياة والوفاة الاكتوارية الامريكية [ACTUARIAL LIFE TABLE FOR USA (1995-2010)] ويتضح من الجدول (١) ان معدل تغير  $(P_{x+k; t})$  كالاتى :

### جدول (١) معدلات تغير معدلات الحياة لاعمار الرتكاز المرحل المراحل العمرية

x	slope
20	0.00001091
25	0.00000097
30	0.0000040
45	0.00002
60	0.00016
65	0.00031
70	0.00050
80	0.00070
90	0.00043



معدلات التغير السابقة تعبر عن تأثير التحسن الصحي على معدلات الحياة لاعمار الارتكاز المرحلية المستخدمة في تقدير قيم معالم دالة ماكيهام المقترحة مع مرور الزمن حيث توجد علاقة طردية بين الزمن ( $t$ ) ومعدلات الحياة ( $P_{x+k;t}$ ).

#### (٤) التنبؤ بمعدلات الحياة المستقبلية لاعمار الارتكاز.

للاعمر  $x$  في عام ٢٠١١ سوف تكون معدلات الحياة المستقبلية  $P_{x+k;2011}$  كالتالي:

$$(P_{x+k;2011}, P_{x+k;2010}, P_{x+k;2009}, \dots, P_{x+k;25}, P_{x+k;20})$$

نستخدم اسلوب السلسل الزمنية والتعويض في النموذج المقترح للتنبؤ و للاعمر السابقة فقط:

$$P_{x+k;2011} = (P_{x+k}) (\lambda_{x+k}^t)$$

كما في جدول (٢) الآتي :

جدول (٢)

#### قيم معدلات الحياة المتوقعة بالنموذج المقترح لعام ٢٠١١

age	$P_{x+k;2010}$	$\lambda_{x+k}$	$P_{x+k;2011}$
20	0.999256	1.0000109E+00	0.9992669
25	0.9990641	1.0000010E+00	0.9990651
30	0.99897	1.0000040E+00	0.9989747
45	0.99732	1.0000237E+00	0.9973478
60	0.99123	1.0001616E+00	0.9913934
65	0.98719	1.0003095E+00	0.9874958
70	0.98045	1.0004984E+00	0.9809403
80	0.94985	1.0007011E+00	0.9505197
90	0.85713	1.0004254E+00	0.8574918

**(٤/٣) تقيير قيم معالم دالة ماكيهام  $(A - B - c)$ .**

سوف يتم تقيير قيم معالم دالة ماكيهام  $(A - B - c)$  للمراحل العمرية  $[30 - 20], [30 - 30], [60 - 60], [65 - 70], [70 - 70]$  باستخدام الطريقة المقترنة لتقدير قيم معالم الدالة وتكون نتائج التطبيق كما يلى في جدول (٣):

**جدول (٣)**

**قيم معالم الدالة المقترنة بمعدلات الحياة المتوقعة لعام ٢٠١١**

Year	$\mu$	$px$	$lnc$	$c$	$lnqx$	B	A
20	0.0007619	0.99911813	0.047699	1.0488548	-7.179684	3E-04	-6E-05
25	0.0009671	0.99902221	0.006739	1.0067614	-6.941189	8E-04	8E-06
30	0.0010003	0.99895594	0.067538	1.06987	-6.907495	1.319E-04	1E-05
45	0.0027547	0.99698561	0.076553	1.0795594	-5.894432	9E-05	2E-04
60	0.0086852	0.98955405	0.07607	1.07904	-4.746137	9.048E-05	1E-03
65	0.0127046	0.98394029	0.083672	1.08727	-4.365788	5.520E-05	3E-03
70	0.0193043	0.97533563	0.098234	1.10322	-3.947427	1.992E-05	5E-03
80	0.0515558	0.94116033	0.102934	1.1084181	-2.965090	1E-05	5E-03
90	0.1443158	0.85169064					

**(٤/٤) اعداد جداول الحياة والوفاة المستقبلية**

هذه الخطوة تتم على مرحلتين الاولى هي التتبؤ بجدول الحياة لعام ٢٠١١ والثانية التأكيد من دقة النتائج.

**(٤/٤/١) التتبؤ بجدول الحياة والوفاة لعام ٢٠١١**

بالتعويض عن قيم  $P_{x+k;2011}$  للعمر  $(\omega - 20)$  لعام (٢٠١١) في التعبير المقترن للتتبؤ بجدول الحياة لعام ٢٠١١ كما في جدول (٤):



جدول (٤)

معدلات الحياة المتوقعة لعام ٢٠١١ طبقاً للنموذج المقترح للتنبؤ

age	c	B	A	$\mu_{x+k;2011}$	$P_{x+k;2011}$
20	1.0488548	3E-04	-5.592E-05	0.000705985	0.9992758
21	1.0488548	3E-04	-5.592E-05	0.000743208	0.9992377
22	1.0488548	3E-04	-5.592E-05	0.000782249	0.9991978
23	1.0488548	3E-04	-5.592E-05	0.000823198	0.9991559
24	1.0488548	3E-04	-5.592E-05	0.000866147	0.9991119
25	1.0067614	8E-04	7.872E-06	0.000974991	0.9990222
30	1.06987	0.000131879	9.779E-06	0.001010039	0.998956
31	1.06987	0.000131879	9.779E-06	0.001079928	0.9988837
45	1.06987	0.000131879	0.0001686	0.002923292	0.9969861
46	1.06987	0.000131879	0.0001686	0.003115767	0.9967876
60	1.07904	9.04848E-05	0.0014625	0.010147669	0.9895682
61	1.07904	9.04848E-05	0.0014625	0.010834128	0.9888627
70	1.10322	1.992E-05	0.0045844	0.02388872	0.975438
71	1.10322	1.992E-05	0.0045844	0.025881321	0.9733978
80	1.10842	1.368E-05	0.005985	0.057540872	0.9414936
81	1.10842	1.36769E-05	0.005985	0.063130457	0.9359669
90	1.10842	1.36769E-05	0.0072935	0.151609286	0.8527419
91	1.10842	1.36769E-05	0.0072935	0.167255731	0.8388038
92	1.10842	1.36769E-05	0.0072935	0.184598534	0.8236207

### جدول (٥)

#### جدول الحياة المتوقع لعام ٢٠١١ طبقاً للنموذج المقترن للتنبؤ

age	px	qx	lx	dx	Lx.	Tx	e`x
20	0.999276	0.000724186	98271	71	98236	5721629	58.22
21	0.999238	0.000762283	98200	75	98163	5623394	57.26
22	0.999198	0.000802239	98125	79	98086	5525231	56.31
23	0.999156	0.000844145	98046	83	98005	5427146	55.35
24	0.999112	0.000888098	97964	87	97920	5329141	54.40
25	0.999022	0.000977778	97877	96	97829	5231221	53.45
30	0.998956	0.001044045	97393	102	97342	4743042	48.70
31	0.998884	0.001116269	97291	109	97237	4645700	47.75
32	0.998806	0.001193535	97182	116	97124	4548464	46.80
33	0.998724	0.001276192	97066	124	97004	4451339	45.86
34	0.998635	0.001364617	96942	132	96876	4354335	44.92
45	0.996986	0.003013895	94881	286	94738	3297972	34.76
46	0.996788	0.003212399	94595	304	94443	3203234	33.86
47	0.996575	0.003424729	94291	323	94130	3108791	32.97
48	0.996348	0.003651844	93968	343	93797	3014661	32.08
49	0.996105	0.00389477	93625	365	93443	2920864	31.20
60	0.989568	0.010431756	88107	919	87648	1918055	21.77
61	0.988863	0.011137306	87188	971	86703	1830408	20.99
62	0.988102	0.011898058	86217	1026	85704	1743705	20.22
63	0.987282	0.012718282	85191	1083	84649	1658001	19.46
64	0.986397	0.013602571	84108	1144	83536	1573352	18.71
65	0.983983	0.016017455	82964	1329	82299	1489816	17.96
80	0.941494	0.058506398	51982	3041	50461	445591	8.57



81	<b>0.935967</b>	<b>0.064033057</b>	<b>48940</b>	<b>3134</b>	<b>47373</b>	<b>395130</b>	<b>8.07</b>
82	<b>0.929879</b>	<b>0.070121005</b>	<b>45807</b>	<b>3212</b>	<b>44201</b>	<b>347757</b>	<b>7.59</b>
83	<b>0.923177</b>	<b>0.076822736</b>	<b>42595</b>	<b>3272</b>	<b>40958</b>	<b>303557</b>	<b>7.13</b>
93	<b>0.807112</b>	<b>0.192887712</b>	<b>11714</b>	<b>2259</b>	<b>10584</b>	<b>38877</b>	<b>3.32</b>
94	<b>0.7892</b>	<b>0.210799535</b>	<b>9454</b>	<b>1993</b>	<b>8458</b>	<b>28293</b>	<b>2.99</b>
95	<b>0.769811</b>	<b>0.230189209</b>	<b>7461</b>	<b>1718</b>	<b>6603</b>	<b>19835</b>	<b>2.66</b>
96	<b>0.748875</b>	<b>0.25112492</b>	<b>5744</b>	<b>1442</b>	<b>5023</b>	<b>13233</b>	<b>2.30</b>
97	<b>0.726334</b>	<b>0.273665792</b>	<b>4301</b>	<b>1177</b>	<b>3713</b>	<b>8210</b>	<b>1.91</b>
98	<b>0.702141</b>	<b>0.297858573</b>	<b>3124</b>	<b>931</b>	<b>2659</b>	<b>4498</b>	<b>1.44</b>
99	<b>0.676266</b>	<b>0.323733834</b>	<b>2194</b>	<b>710</b>	<b>1839</b>	<b>1839</b>	<b>0.84</b>

#### (٤/٤) تحليل النتائج (اختبارات جودة التوفيق)

#### (٤/٤/٢) اختبار $\chi^2$

يتم اختبار جودة توفيق البيانات المتوقعة ضمن البيانات الفعلية لجدول الحياة المريكي لعام (٢٠١١) ويعرض الجدول الآتي قيم  $\chi^2$  المحسوبة من واقع البيانات الواردة بالجدول (٦):

#### جدول (٦)

قيمة  $\chi^2$  المحسوبة

age	2011
20	<b>0.00067006</b>
21	<b>0.00691122</b>
22	<b>0.0110235</b>
23	<b>0.00776656</b>
24	<b>0.00220008</b>
25	<b>0.00201659</b>



93	<b>0.05406017</b>
94	<b>0.05865841</b>
95	<b>0.06219916</b>
96	<b>0.06516611</b>
97	<b>0.06844659</b>
98	<b>0.07348405</b>
$\chi^2 =$	<b>1.45408728</b>

ويتضح لنا من الجدول (٦) ان قيمة  $\chi^2$  المحسوبة (١٤٥)، و بإيجاد قيمة  $\chi^2$  الجدولية عند درجة ثقة ٩٥% و درجات حرية = ن-٢ = ٧٨ - ٢ = ٧٦، كا<sup>٢</sup> الجدولية = ٩٧.٣٤.

وبما أن كا<sup>٢</sup> المحسوبة (أقل من) كا<sup>٢</sup> الجدولية إذن يمكن قبول فرض عدم وهو تقارب معدلات الحياة المتوقعة طبقاً للنموذج المقترن للتنبؤ من معدلات الحياة الفعلية.

#### (٤) اختبار الانحرافات الفردية المعيارية:

نختبر في هذا الجزء اقتراب معدلات الحياة المتوقعة طبقاً للنموذج الثاني للتنبؤ من معدلات الحياة الفعلية باستخدام الانحرافات الفردية المعيارية المحسوبة من واقع الجدول (٢٠١١) كما في جدول (٧).

#### جدول (٧)

#### قيم الانحرافات الفردية المعيارية المحسوبة Z

age	2011
20	<b>0.02588547</b>
21	<b>0.08313376</b>
22	<b>0.10499284</b>



<b>23</b>	<b>0.08812811</b>
<b>24</b>	<b>0.04690503</b>
<b>93</b>	<b>0.23250843</b>
<b>94</b>	<b>0.24219498</b>
<b>95</b>	<b>0.24939759</b>
<b>96</b>	<b>0.25527654</b>
<b>97</b>	<b>0.261623</b>
<b>98</b>	<b>0.27107941</b>

من الجدول (٧) نجد أن قيم الانحرافات الفردية المعيارية المحسوبة لمعدلات الوفاة المتوقعة ومعدلات الوفاة الفعلية كلها لم تقل عن ٢ - أو تزيد عن ٢ مما يؤكّد تقاربها.

#### (٤/٤/٣) اختبار الإشارة:

يحدد اختبار الإشارة إمكانية قبول فرض عدم وجود توازن مقبول بين عدد الإشارات الموجبة والسلبية ونحتاج لبدء هذا الاختبار معرفة الانحرافات الفردية والتي يعرضها جدول (٨) من واقع بيانات جدول الحياة (٢٠١١).

#### جدول (٨)

#### قيم الانحرافات الفردية (اختبار الإشارة)

<b>age</b>	<b>2011</b>
<b>20</b>	<b>2</b>
<b>21</b>	<b>6</b>
<b>96</b>	<b>276</b>

<b>97</b>	<b>224</b>
<b>98</b>	<b>177</b>
<b>98</b>	<b>177</b>
<b>N=</b>	<b>78</b>
<b>n=</b>	<b>35</b>
<b>T</b>	<b>(0.905822)</b>

من جدول (٨) يتضح ان :

١- عدد المفردات الكلية ٧٨ مفردة

٢- عدد الانحرافات الفردية للبيانات الناتجة من معدلات الحياة الفعلية ومعدلات الحياة المقدرة ذات الإشارة الموجبة بالنسبة لجدول (٢٠١١) هي (٣٥) ويمكن حساب قيمة T لمعرفة نتيجة الاختبار لجدول (٢٠١١) كما يلى :

$$T = \frac{2 \times 35 - 78}{\sqrt{78}} = -0.905$$

ونلاحظ أن قيمة T تقع بين (-١.٩٦ : ١.٩٦) مما يؤكده اختبار الإشارة وهو قبول الفرض العدم.

#### (٤/٤/٤) اختبار الانحرافات المترادفة:

لتحديد إمكانية قبول فرض العدم لابد من حساب مجموع الانحرافات الفردية وذلك من خلال الجدول (٨) وأيضاً حساب مجموع التباين لحساب قيمة المقدار

$$\left[ \frac{\sum (\theta_x - E_x q_x)}{\sqrt{\sum (E_x q_x p_x)}} \right]$$

وكانت النواتج لجدول (٢٠١١) كما يلى :

**جدول (٩)**

السنة	٢٠١١
$\frac{\sum(\theta_x - E_x q_x)}{\sqrt{\sum(E_x q_x P_x)}} =$	- ١.٩١٥

نجد أن قيمة هذا المقدار أقل من |٢| وبالتالي نقبل فرض العدم وهو ان الانحرافات المتجمعة للاعمر تكون توزيع طبيعي.

بعد الانتهاء من إجراء الاختبارات يمكن لنا قبول الفرض العدلي القائل بأن المعدلات المتوقعة (المتنبأ بها) طبقاً لنموذج الثاني للتتبؤ تتقارب مع المعدلات الفعلية اي يمكننا الاعتماد على هذه الطريقة في التتبؤ بمعدلات الحياة المستقبلية.

#### (٥/٢/٣) تطبيق النموذج على السنوات المستقبلية

بما اننا في الخطوة السابقة توصلنا الى نتيجة مهمة وهي اننا يمكننا الاعتماد على النموذج المقترن للتتبؤ بمعدلات الحياة المستقبلية فسوف نطبق ذلك على السنوات المستقبلية (٢٠١٦) ، كما توضح الجداول:

**جدول (١٠)**

معدلات الحياة المتوقعة للاعمر الارتكاز لعام ٢٠١٦

age	$P_{x+k;2011}$	$\lambda_{x+k}$	$P_{x+k;2016}$
20	<b>0.99925708</b>	<b>1.000010915</b>	<b>0.9993116</b>
25	<b>0.99906582</b>	<b>1.000000971</b>	<b>0.9990707</b>
30	<b>0.99894503</b>	<b>1.000003985</b>	<b>0.9989649</b>
45	<b>0.99734820</b>	<b>1.000023673</b>	<b>0.9974663</b>
60	<b>0.99126753</b>	<b>1.000161629</b>	<b>0.9920689</b>



<b>65</b>	<b>0.98741419</b>	<b>1.000309505</b>	<b>0.9889432</b>
<b>70</b>	<b>0.98070139</b>	<b>1.000498357</b>	<b>0.9831475</b>
<b>80</b>	<b>0.94992789</b>	<b>1.000701102</b>	<b>0.9532625</b>
<b>90</b>	<b>0.85678475</b>	<b>1.000425366</b>	<b>0.8586085</b>

### جدول (١١)

قيم معالم الدالة المفترجة بمعدلات الحياة المتوقعة لعام ٢٠١٦

Year	$\mu$	px	lnc	c	lnqx	B	A
20	0.0006884	0.99925708	0.060023	1.0618608	-7.281163	2E-04	-1E-04
25	0.0009293	0.99906582	0.021551	1.0217847	-6.981049	5E-04	-5E-06
30	0.0010351	0.99894503	0.059683	1.06150	-6.873295	1.727E-04	-1E-05
45	0.0025337	0.99734820	0.076073	1.0790414	-5.978057	8E-05	4E-05
60	0.0079311	0.99126753	0.06645	1.06871	-4.836961	1.472E-04	6E-04
65	0.0110568	0.98741419	0.08429	1.08794	-4.504708	4.615E-05	1E-03
70	0.0168525	0.98070139	0.102005	1.10739	-4.083257	1.336E-05	2E-03
80	0.0467375	0.94992789	0.110699	1.1170582	-3.063209	7E-06	2E-03
90	0.1413915	0.85678475					

### جدول (١٢)

معدلات الحياة المتوقعة لعام ٢٠١٦ طبقاً للنموذج المفترج للتنبؤ

age	c	B	A	$\mu_{x+k;2016}$	$P_{x+k;2016}$
20	<b>1.0618608</b>	<b>2E-04</b>	<b>-0.0001002</b>	<b>0.000588207</b>	<b>0.9993909</b>
21	<b>1.0618608</b>	<b>2E-04</b>	<b>-0.0001002</b>	<b>0.000630791</b>	<b>0.999347</b>
22	<b>1.0618608</b>	<b>2E-04</b>	<b>-0.0001002</b>	<b>0.000676009</b>	<b>0.9993005</b>
23	<b>1.0618608</b>	<b>2E-04</b>	<b>-0.0001002</b>	<b>0.000724025</b>	<b>0.999251</b>
24	<b>1.0618608</b>	<b>2E-04</b>	<b>-0.0001002</b>	<b>0.00077501</b>	<b>0.9991985</b>



30	1.06150	0.000172732	-1.104E-05	0.001024025	0.998945
31	1.06150	0.000172732	-1.104E-05	0.001087681	0.9988795
32	1.06150	0.000172732	-1.104E-05	0.001155251	0.99881
60	1.06871	0.00014716	0.0005654	0.008496555	0.9912723
61	1.06871	0.00014716	0.0005654	0.009041487	0.9907139
62	1.06871	0.00014716	0.0005654	0.00962386	0.9901175
93	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.201425018	0.8083603
94	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.224495284	0.7888785
95	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.250266115	0.7676707
96	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.279053633	0.7446539
97	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.311210967	0.7197578
98	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.347132582	0.6929304
99	1.11706	6.66193E-06	0.0043413	0.387259117	0.6641432

### جدول (١٣)

بيانات جدول الحياة والوفاة المتوقع لعام ٢٠١٦ طبقاً للنموذج المقترن للتتبؤ

age	px	qx	lx	dx	Lx.	Tx	e`x
20	0.999391	0.0006091	98663	60	98633	5900121	59.80
21	0.999347	0.00065296	98603	64	98571	5801487	58.84
22	0.9993	0.000699532	98539	69	98504	5702916	57.87
23	0.999251	0.000748982	98470	74	98433	5604412	56.91
24	0.999199	0.000801488	98396	79	98357	5505979	55.96
30	0.998945	0.001054979	97838	103	97787	4917213	50.26
31	0.998879	0.001120502	97735	110	97680	4819426	49.31
32	0.99881	0.001190049	97626	116	97568	4721746	48.37



60	0.991272	0.008727694	89679	783	89288	2070997	23.09
61	0.990714	0.009286065	88896	825	88484	1981709	22.29
62	0.990118	0.009882452	88071	870	87636	1893225	21.50
93	0.80836	0.191639676	14472	2773	13086	47827	3.30
94	0.788878	0.211121542	11699	2470	10464	34741	2.97
95	0.767671	0.232329264	9229	2144	8157	24277	2.63
96	0.744654	0.255346085	7085	1809	6180	16120	2.28
97	0.719758	0.280242169	5276	1478	4536	9940	1.88
98	0.69293	0.307069631	3797	1166	3214	5404	1.42
99	0.664143	0.335856838	2631	884	2189	2189	0.83

من هذه الدراسة تم التوصل إلى النتائج التالية:-

- ١- الدالة المعدلة تحقق نتائج أكثر دقة من الدالة العادية.
- ٢- تأثير التحسن الصحي على معدلات الحياة ( $P_x$ ) خلال الفترة الزمنية (t) واضح وبقيمة معنوية.
- ٣- تطوير بيانات جداول الحياة عملية ضرورية واجبة بصفة دورية.
- ٤- تقيد الدالة المعدلة في اختصار خطوات اعداد جداول الحياة المستقبلية.

ويوصي الباحثان بالآتي :

- ١- يفضل الاعتماد على النموذج المقترن في بناء جداول الحياة الجديدة طالما انه يعطى نتائج أكثر دقة.
- ٢- استخدام البيانات الناتجة من تطبيق النموذج المقترن في تقدير تكلفة وثائق تامينات الحياة يحقق العدالة بين طرفى التامين.
- ٣- يفتح النموذج الجديد باب البحث بهدف التدقير في بيانات خبرة شركات التامين في المستقبل.



## REFRENCE:

1. A, Kostaki (2000) "A Relational Technique for Estimation The age-Specific mortality pattern from grouped data" Mathematical Population Studies.
2. Behnke, H. (2000) " Insurance Mathematics: A European Model", University of Osnabruck.
3. Benjamin, B. and Pollard, J.H (1993) "The analysis of Mortality and other Actuarial Statistics ". Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, England.
4. Bongarts J. (2005) "Long – Range Trends in adult mortality Models and projection Methods". Demographic Research VOL 42 (1), (23 – 49).
5. Congregates, J. [2005] "Five Period Measures of Longevity" Demographic Research (13), [547 – 558].
6. Cheung, S.L.K, Robin, Tu, E.J. and Caselli, G (2005) "Three Dimensions of the survival Curve. Horizontalization , Virtualization and Longevity Extension source " Demography , VOL 42 (243 – 258)
7. Finkelstein , Maxim and Vaupal , James W. (2006) "The relative Tail of Longevity and The mean remaining Lifetime " Demographic Research VOL 14 (7) , (111 – 138)
8. For far, D.O., McCutcheon, J.J. and wilkie. A.D. (1988). "On Graduation by M" The mathematical Formula "Philosophical Transaction of Royal Society. 41, (97-269).
9. Fries, J.F (1980). "Aging, Natural Death and the Compression of Morbidity "New England. Journal of Medicine. VOL.303 (3), (130– 135).

10. Hamilton, Gregory, L. (2003) " Life Tables for Arkansas For 2000 by Race and Gender: Methodology and Construction " Demographic Research Institute for Economic Advancement university of Arkansas at Little Rock.
11. Heligman, M.A. and Pollard, J.H. (1980) "The age pattern of Mortality". Philosophical Transaction of royal society. (107). (49 – 80).
12. JACQUES, F. Carriere (1992) "Parametric models for Life tables" society of Actuaries.
13. JACQUES. F. Carriere (1994) " A Select and Ultimate Parametric Model " Transactions of Society of Actuaries. (VOL 46).
14. Jordan, C. W. (1975) "Life Contingencies" The Society of Actuaries, Chicago, USA.
15. Juck C. yue (2011) "Mortality Compression and Longevity Risk" Society of Actuaries.
16. Kannisto, V. (2001) "Mode and Dispersion of the Length of Life" Population, an English Section, VOL. 13 (159 – 171).
17. Nadine Ouellette and Robert BourBeau (2011) "Changes in The age at death distribution in Four Law Mortality Countries. Non Parametric Approach" Demographic Research VOL 25 (19) (595 – 628)
18. Barkalov, N.B. (1988) "Interpolation of demographic data using rational split function" Demographic.
19. Purushotham, Marianna (2011) "Mortality Improvements: Analysis of the Past and Projection of the Future " The Actuary Magazine Vol. 8 (4), Society of Actuaries.

20. Elandt, R., Johnson and N. Johnson (1980) "Survival Models and data analysis" New torch. John Wiley.
21. Scollnik, DAVID P.M. (1995) "Simulating Random Varieties from Makeham" Distribution and from others with Exact or Nearly log-concave Densities "Tram Section of Society of Actuaries (VOL 46).
22. Thatcher, A Roger, Siu Cheung, Horiuchi, chiro suad Robine. J (2010) "The Compression of death above The Mode" Demographic Research VOL 22 (17) (505 – 536)
23. Valdez, E., Purushotham, M. and Huijing. (2011) "Global Mortality Improvement Experience and projection Techniques" Society of Actuaries.
24. Vladimir, Romo Canudas. (2008) "The Modal age at death and The Shifting Mortality hypothesis" Demographic Research, VOL 19 (30), (1179 – 1209).
25. WillMoth, J.R. and Horiuchi, s (1999) "Rectangularisation Revisited variability of age of death with in Human population" Demography, VOL 36 (4), (475 – 495).
26. World Bonk, World development indicators, 2011.